Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

(национальный исследовательский университет)

Высшая школа электроники и компьютерных наук

Кафедра «Информационно-измерительная техника»

ОТЧЕТ  
по практической работе №1  
на тему «Эмпирическая функция распределения случайной величины»  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Проверил: доцент

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Лапин А.П./

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Автор работы:

студент группы КЭ - 214

\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Туманов А.Г. /

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г.

Челябинск 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc127277771)

1 [ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc127277772)

2 [АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ 5](#_Toc127277773)

3 [ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ 7](#_Toc127277774)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 12](#_Toc127277775)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 13](#_Toc127277776)

# ВВЕДЕНИЕ

С каждым годом в мире становится всё больше и больше информации, из-за чего растёт потребность её анализировать. Для анализа данных учёному необходимо знать основы теории вероятности и математической статистики, ведь для исследований учёный должен грамотно провести статистическую обработку экспериментальных данных. Помимо этого, исследователь должен представить информацию в понятной форме. Большое количество исследователей использует именно результат статистической обработки, а не множество исходных данных, поэтому можно сказать, что знание основ теории вероятности и математической статистики является необходимостью, так как без их понимания нельзя будет говорить об итогах проделанного исследования.

Для полного понимания исследуемой темы обратимся к следующим определениям.

Первая задача математической статистики – указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов. Вторая задача математической статистики — разрабо­тать методы анализа статистических данных в зависи­мости от целей исследования. [1]

Теория вероятностей есть математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. [2]

Случайной называют величину, которая в результате испытаний примет одно и только одно возможное значение, наперед не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены. [1]

Генеральной совокупностью называют всю совокупность реализации случайной величины, все возможные наблюдения некоторого показателя, все возможные исходы некоторого испытания. [3]

Выборочная совокупность (выборка) — отобранные из генеральной совокупности объекты.

Эмпирической функцией распределения(функцией рас­пределения выборки) называют функцию ,опреде­ляющую для каждого значения *х* относительную частоту события *.* [1]

Целью данной практической работы является построение эмпирической функции распределения для случайной выборки, состоящей из 100 элементов, с помощью специального алгоритма и сделать выводы об особенностях распределения случайной величины.

Работа выполнена в соответствии с СТО ЮУрГУ 04-2008 [4].

# 1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

После проведения некоторого эксперимента были получены данные, приведённые в Таблице 1.

Таблица 1 ­– исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 127.52  135.94  153.89  148.23  146.00  111.43  147.00  137.17  166.32  136.86  148.39  136.20  135.33  139.15  138.42  147.89  139.40  124.90  152.45  157.44 | 148.64  122.48  136.83  178.33  139.75  147.79  143.66  130.72  131.66  162.61  155.01  158.43  144.19  156.85  151.98  153.19  123.19  170.01  142.75  159.31 | 149.92  147.26  149.57  147.05  140.21  132.59  130.70  145.60  141.37  118.72  111.55  130.81  132.34  143.38  145.05  155.10  132.40  137.83  151.94  134.06 | 155.22  141.81  121.39  150.38  175.52  137.93  146.24  146.63  139.44  139.35  123.25  142.35  148.99  140.66  139.68  124.46  136.49  148.43  141.50  148.34 | 135.02  145.72  145.08  110.97  124.47  160.25  130.23  143.04  152.99  133.97  142.36  126.57  156.54  142.23  135.26  145.57  148.40  131.38  177.18  143.29 |

# 2 АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Для того, чтобы построить эмпирическую функцию распределения, мы используем следующий алгоритм:

1) Выборка () преобразуется в вариационный ряд, т.е. ряд данных, расположенных в порядке возрастания;

2) Определяется размах выборки

*,* (1)

где

3) Весь размах выборки делится на k равных интервалов

3.1) При

— формула Стерджесса (2)

3.2) При

(3)

где .

4) Находится длина интервала

(4)

5) Находятся границы интервалов

(5)

где

и середины интервалов

(6)

где

6) Определяется количество элементов выборки, попавших в каждый интервал (частота попадания в интервал) – , где i – номер интервала, ;

7) Находят относительные частоты

И относительные накопленные частоты

# 3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

1. Сначала преобразуем исходные данные в вариационный ряд (см. Таблица 2)

Таблица 2 – Вариационный ряд

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 110,97  111,43  111,55  118,72  121,39  122,48  123,19  123,25  124,46  124,47  124,90  126,57  127,52  130,23  130,70  130,72  130,81  131,38  131,66  132,34 | 132,40  132,59  133,97  134,06  135,02  135,26  135,33  135,94  136,20  136,49  136,83  136,86  137,17  137,83  137,93  138,42  139,15  139,35  139,40  139,44 | 139,68  139,75  140,21  140,66  141,37  141,50  141,81  142,23  142,35  142,36  142,75  143,04  143,29  143,38  143,66  144,19  145,05  145,08  145,57  145,60 | 145,72  146,00  146,24  146,63  147,00  147,05  147,26  147,79  147,89  148,23  148,34  148,39  148,40  148,43  148,64  148,99  149,57  149,92  150,38  151,94 | 151,98  152,45  152,99  153,19  153,89  155,01  155,10  155,22  156,54  156,85  157,44  158,43  159,31  160,25  162,61  166,32  170,01  175,52  177,18  178,33 |

2. Находим в вариационном ряде и и определяем размах выборки по формуле (1)

3. Размер нашей выборки , следовательно воспользуемся формулой Стерджесса (2)

4. Воспользовавшись формулой (4), найдём длину интервала

5. Найдём границы интервалов, используя формулу (5):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Также найдём середины интервалов с помощью формулы (6):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

6. Найдём количество элементов выборки, попавших в интервал

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Сложив все , мы получили число , то есть сумма количества элементов выборки во всех интервалах равна количеству элементов выборки, тем самым мы выполнили проверку подсчёта количества элементов, попавших в интервалы.

7. По формуле (7) найдём относительные частоты

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Относительные накопленные частоты найдём по формуле (8)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Для того, чтобы удобнее воспользоваться полученными характеристиками, представим их в виде Таблицы 3.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интер­вала | Гра­ницы интер­ва­лов | Сере­дины интер­ва­лов | Коли­че­ство эле­мен­тов в интер­вале | Относи­тельная частота | Накоп­ленная частота | Относи­тельная накоп­лен­ная частота | Относи­тельная частота, делённая на ши­рину ин­тервала |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 110,97 |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  | 114,71 | 3 | 0,03 | 3 | 0,03 | 0,004008 |
|  | 118,45 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  | 122,20 | 8 | 0,08 | 11 | 0,11 | 0,010688 |
|  | 125,94 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | 129,68 | 11 | 0,11 | 22 | 0,22 | 0,014697 |
|  | 133,42 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  | 137,17 | 22 | 0,22 | 44 | 0,44 | 0,029394 |
|  | 140,91 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  | 144,65 | 28 | 0,28 | 72 | 0,72 | 0,037410 |
|  | 148,39 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  | 152,13 | 16 | 0,16 | 88 | 0,88 | 0,021377 |
|  | 155,88 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  | 159,62 | 7 | 0,07 | 95 | 0,95 | 0,009352 |
|  | 163,36 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  | 167,10 | 2 | 0,02 | 97 | 0,97 | 0,002672 |
|  | 170,85 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  | 174,59 | 3 | 0,03 | 100 | 1 | 0,004008 |
|  | 178,33 |  |  |  |  |  |  |

Используя данные из таблицы 3, мы можем построить полигон частот, гистограмму распределения и эмпирическую функцию распределения.

На Рисунке 1 приведён полигон частот, который был построен с помощью значений середин интервалов (Таблица 3, столбец 3) и количества элементов в интервалах (Таблица 3, столбец 4).

Рисунок 1 – Полигон частот СВ

Также мы построили гистограмму распределения (см. Рисунок 2), использовав значения границ интервалов (Таблица 3, столбец 2) и относительной частоты, делённой на ширину интервала (Таблица 3, столбец 8).

Рисунок 2 – Гистограмма распределения СВ

Последний график, который мы получили, это эмпирическая функция распределения (см. Рисунок 3). Построили мы его, основываясь на значениях границ интервалов (Таблица 3, столбец 2) и относительных накопленных частот (Таблица 3, столбец 7).

Рисунок 3 – Эмпирический функция распределения СВ

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После того, как мы обработали исходные данные, мы можем сделать несколько выводов об особенностях распределения случайной величины:

1. Минимальное значение выборки - 110,97, а максимальное – 178,33, размах выборки равен 67,36.
2. Наибольшее количество значений попало в интервал под номером 5 с границами [140,91; 148,39].
3. Наименьшее количество значений попало в интервал под номером 8 с границами [163,36; 170,85].
4. Количество попадающих в интервал значений меняется с каждым интервалом, это значит, что случайная величина распределена неравномерно.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 479 с.: ил.
2. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов.— 6-е изд. стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 576 с.: ил.
3. Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1429-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/4864 (дата обращения: 15.02.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. СТО ЮУрГУ 04–2008 Стандарт организации. Курсовое и дипломное проектирование. Общие требования к содержанию и оформлению / составители: Т.И. Парубочая, Н.В. Сырейщикова, В.И. Гузеев, Л.В. Винокурова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 56 с.